



# INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

---

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków  
tel.126626273

## **Wymagania do egzaminu dyplomowego dla studentów kierunku matematyka, studiów stacjonarnych i niestacjonarnych, I stopnia na rok akademicki 2026/2027**

Egzamin dyplomowy (licencjacki) składa się z:

- Części pisemnej (test online).
- Części ustnej (prezentacja i pytanie komisji w trybie synchronicznym).

### **CZĘŚĆ PIERWSZA**

Weryfikacja wiedzy merytorycznej na kierunku matematyka. Zakres tematyczny tej części egzaminu zawiera **Załącznik 1.**

### **CZĘŚĆ DRUGA**

Weryfikacja umiejętności i kompetencji społecznych nabytych w czasie studiów. Ta część egzaminu składa się z 10 minutowej prezentacji przygotowanej na jeden z wybranych przez Dyplomanta tematów stanowiących **Załącznik 2** oraz odpowiedzi na wylosowane pytanie z zakresu jak w części pierwszej.



## Załącznik 1

**Zakres materiału do części pierwszej egzaminu dyplomowego dotyczy poniższych zagadnień:**

### **Elementy logiki i teorii mnogości**

1. Rachunek zdań. Kwantyfikatory, prawa rachunku kwantyfikatorów.
2. Rachunek zbiorów.
3. Relacje równoważności. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważności.
4. Relacje porządkowe. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
5. Aksjomatyka liczb naturalnych. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).

### **Analiza matematyczna i topologia**

1. Definicje i podstawowe własności funkcji.
2. Różne definicje i własności granicy ciągu i granicy funkcji.
3. Szeregi liczbowe: zbieżność szeregów, szereg geometryczny i harmoniczny, kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych, zbieżność bezwzględna i warunkowa, szereg naprzemienny i kryterium Leibniza, działania na szeregach zbieżnych.
4. Funkcje ciągłe i ich własności.
5. Pochodna funkcji jednej zmiennej. Badanie przebiegu funkcji.
6. Ciągi i szeregi funkcyjne: zbieżność punktowa i jednostajna ciągów i szeregów funkcyjnych, własności funkcyjne granicy ciągu (szeregu) funkcyjnego zbieżnego jednostajnie (różniczkowanie i całkowanie ciągów i szeregów funkcyjnych), szeregi potęgowe.
7. Pochodna kierunkowa i pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych, różniczkowalność funkcji wielu zmiennych, różniczka Frecheta, pochodne cząstkowe wyższych rzędów, ekstrema lokalne i warunkowe funkcji wielu zmiennych, funkcje uwikłane.
8. Całka Riemanna - definicja, własności, zastosowania.
9. Zbiory otwarte, domknięte w przestrzeniach metrycznych - definicje, przykłady, własności.
10. Różne rodzaje przestrzeni metrycznych - zupełne, zwarte, spójne, ośrodkowe.
11. Odwzorowania ciągłe w przestrzeniach metrycznych – definicje, przykłady i własności.



# INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków  
tel.126626273

## Algebra

1. Podstawowe struktury algebraiczne, definicje i przykłady.
2. Przestrzenie wektorowe (przykłady), baza przestrzeni wektorowej (przypadek przestrzeni o skończonym wymiarze), współrzędne wektora w bazie.
3. Odwzorowania liniowe w przestrzeniach wektorowych, macierz odwzorowania liniowego.
4. Metody rozwiązywania układów równań liniowych.
5. Wektory własne, wartości własne odwzorowania liniowego (macierzy); wielomian charakterystyczny.
6. Ciało liczb zespolonych; zasadnicze twierdzenie algebry.

## Geometria

1. Podstawowe pojęcia i twierdzenia geometrii elementarnej: twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, twierdzenie sinusów, twierdzenie kosinusów, twierdzenia o symetralnych, środkowych, wysokościach, dwusiecznych kątów wewnętrznych i zewnętrznych w trójkącie. Okręgi wpisane w czworokąty i okręgi opisane na czworokątach. Wielokąty foremne, konstrukcje wielokątów foremnych. Wielościany, wielościany foremne, przykłady wielościanów foremnych. Wzór Eulera dla wielościanów. Powierzchnie obrotowe, walce, stożki, kule.
2. Przekształcenia geometryczne. Izometrie na płaszczyźnie i w przestrzeni, jednokładności, podobieństwa, przykłady. Grupy przekształceń geometrycznych.
3. Własności miarowe figur geometrycznych, pola i objętości figur.
4. Metoda analityczna w geometrii - równania prostych, płaszczyzn, stożkowych. Przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych.

## Rachunek prawdopodobieństwa

1. Podstawowe pojęcia kombinatoryki.
2. Aksjomatyczna definicja przestrzeni probabilistycznej. Podstawowe własności prawdopodobieństwa. Model probabilistyczny doświadczenia losowego - przykłady. Przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \mathcal{P})$  a przestrzeń probabilistyczna  $(\Omega, \mathcal{Z}, P)$ .
3. Prawdopodobieństwo warunkowe. Stochastyczna niezależność zdarzeń. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
4. Zmienna losowa w ziarnistej (dyskretnej) przestrzeni probabilistycznej i jej rozkład. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej. Niezależność zmiennych losowych.
5. Prawdopodobieństwo a częstość. Prawo wielkich liczb Bernoulliego.
6. Paradoksy rachunku prawdopodobieństwa.

## Algorytmy i programowanie

1. Algorytm - własności i różne sposoby przedstawiania.



# INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków  
tel.126626273

2. Przykłady algorytmów (algorytm Euklidesa, schemat Hornera, wyznaczanie elementu największego).
3. Algorytmy iteracyjne a algorytmy rekurencyjne.
4. Instrukcje warunkowe i pętle. Schematy działania i przykłady.

## **Dydaktyka matematyki (dotyczy specjalności nauczycielskich)**

1. Cele nauczania matematyki. Cele matematycznego kształcenia w kontekście obowiązującej podstawy programowej.
2. Proces definiowania. Kształtowanie a definiowanie pojęć w nauczaniu szkolnym.
3. Konstruktywistyczne i niekonstruktywistyczne koncepcje nauczania matematyki.
4. Operatywny charakter matematyki. Koncepcja czynnościowego nauczania matematyki.
5. Zadania matematyczne w nauczaniu matematyki - typy zadań, etapy rozwiązywania zadań.

## **Matematyka uniwersalna (dotyczy specjalności nienauczycielskiej)**

1. Funkcje i narzędzia Excela związane z przetwarzaniem danych.
2. Wizualizacja danych za pomocą raportów i wykresów.
3. Reprezentacja liczb zmiennopozycyjnych w pamięci komputera. Działania w arytmetyce zmiennopozycyjnej.
4. Uwarunkowanie problemu numerycznego i stabilność numeryczna algorytmu numerycznego.
5. Tworzenie klas w języku Java, dziedziczenie i polimorfizm, agregacja i kompozycja, zasady SOLID, wzorce projektowe.
6. Podstawowe funkcje systemu operacyjnego, konfiguracja i zarządzanie użytkownikami.
7. Technologie tworzenia serwisów i aplikacji internetowych, struktura aplikacji internetowych, wzorce architektoniczne.
8. Pojęcie relacyjnej bazy danych, klucza głównego i obcego, rodzaje połączeń relacyjnych.
9. Porównanie bazodanowych systemów relacyjnych i nierelacyjnych.
10. Przechowywanie i przetwarzanie danych w chmurze, porównanie platformy Spark z Hadoop Map/Reduce.
11. Analiza eksploracyjna i wnioskowanie statystyczne w języku R.
12. Biblioteki języka Python dedykowane do przetwarzania i wizualizacji danych, obsługa wielowymiarowych tablic w języku Python.
13. Rodzaje i algorytmy uczenia maszynowego.
14. Proces konstruowania modeli predykcyjnych i ich zastosowanie.
15. Budowa i mechanizm działania sztucznych sieci neuronowych.
16. Modelowanie szeregów czasowych (modele ARMA i ARIMA).



## Załącznik 2

### Lista tematów prezentacji do części drugiej egzaminu dyplomowego:

1. Rachunek zdań i podstawowe prawa logiczne.
2. Kwantyfikatory w matematyce.
3. Relacje równoważności i klasy abstrakcji.
4. Relacje porządkowe i przykłady porządków.
5. Konstrukcja podstawowych zbiorów liczbowych.
6. Liczby zespolone i ich interpretacja geometryczna.
7. Funkcje i ich podstawowe własności.
8. Granica ciągu liczbowego.
9. Granica funkcji jednej zmiennej.
10. Szeregi liczbowe i kryteria zbieżności.
11. Szereg geometryczny i szereg harmoniczny.
12. Zbieżność bezwzględna i warunkowa szeregów.
13. Funkcje ciągłe.
14. Własności funkcji ciągłych na przedziałach.
15. Pochodna funkcji jednej zmiennej.
16. Zastosowania pochodnej do badania funkcji.
17. Ekstrema lokalne funkcji jednej zmiennej.
18. Całka Riemanna i jej interpretacje.
19. Zastosowania całki oznaczonej.
20. Ciągi i szeregi funkcyjne.
21. Zbieżność punktowa i jednostajna.
22. Szeregi potęgowe i promień zbieżności.
23. Pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych.
24. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych.
25. Ekstrema funkcji wielu zmiennych.
26. Funkcje uwikłane.
27. Przestrzenie metryczne i przykłady metryk.
28. Zbiory otwarte i domknięte w przestrzeniach metrycznych.
29. Przestrzenie zupełne.
30. Przestrzenie zwarte.
31. Przestrzenie spójne.
32. Odwzorowania ciągłe w przestrzeniach metrycznych.
33. Podstawowe struktury algebraiczne.
34. Grupy i przykłady grup.
35. Pierścienie i ciała.
36. Przestrzenie wektorowe.
37. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej.
38. Odwzorowania liniowe i ich macierze.
39. Układy równań liniowych i metody ich rozwiązywania.



40. Wartości własne i wektory własne.
41. Wielomian charakterystyczny macierzy.
42. Zasadnicze twierdzenie algebry.
43. Twierdzenie Talesa i jego zastosowania.
44. Twierdzenie Pitagorasa i jego uogólnienia.
45. Twierdzenie sinusów i twierdzenie kosinusów.
46. Szczególne punkty trójkąta.
47. Okręgi wpisane i opisane.
48. Wielokąty foremne i ich konstrukcje.
49. Wielościany foremne.
50. Wzór Eulera dla wielościanów.
51. Izometrie płaszczyzny.
52. Podobieństwa i jednokładności.
53. Grupy przekształceń geometrycznych.
54. Równania prostych i płaszczyzn.
55. Stożkowe i ich równania.
56. Podstawowe zasady kombinatoryki.
57. Przestrzeń probabilistyczna.
58. Prawdopodobieństwo warunkowe.
59. Niezależność zdarzeń.
60. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.
61. Zmienne losowe dyskretne.
62. Wartość oczekiwana i wariancja.
63. Prawo wielkich liczb Bernoulliego.
64. Paradoksy rachunku prawdopodobieństwa.
65. Pojęcie algorytmu i sposoby jego zapisu.
66. Algorytm Euklidesa.
67. Schemat Hornera.
68. Algorytmy iteracyjne i rekurencyjne.
69. Instrukcje warunkowe i pętle w algorytmach.
70. Temat zaproponowany przez Studenta (wymagana akceptacja Dyrekcji IM).